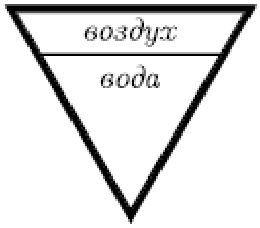
РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ И УКАЗАНИЯ ДЛЯ ЖЮРИ
2-о (районного) этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету **«Физика»**
2021 год

<u>XI КЛАСС</u>

ЗАДАЧА 1 «Конус» – 7 баллов
Задача 2 «Тестируем вольтметры» – 8 баллов
ЗАДАЧА 3 «Лифт» – 10 баллов
ЗАДАЧА 4 «Пушка Кулона» – 8 баллов
ЗАДАЧА 5 «Процесс» - 12 баллов
ИТОГО 45 БАЛЛОВ



ЗАДАЧА 1 «Конус». В закрытом сосуде с жёсткими стенками ёмкостью *V=1 л* находятся V_1*=0,8 л* воды и сухой воздух при атмосферном давлении p_0 и температуре $t_1=+30$ ^oC. Сосуд представляет собой перевёрнутый основанием вверх конус. Поверх воды налит тонкий слой машинного масла, отделяющий воду от воздуха. Сосуд охлаждают до температуры $t_2=-30$ ^oC, при этом вся вода замерзает. Плотность воды $\rho_1=1 г/см^3$, плотность льда $\rho_1=0,9$ $г/см^3$. Определите давление воздуха надо льдом.

РЕШЕНИЕ. После охлаждения давление воздуха в сосуде изменится, во-первых, из-за понижения его температуры от +30 ^oC до −30 ^oC, и, во-вторых, из-за уменьшения занимаемого им объёма от V-V_1 до некоторого V' (объём уменьшится вследствие расширения замёрзшей воды). Из закона Клапейрона имеем:

$$\frac{p_0\,(V-V_1)}{T_1}=\frac{pV'}{T_2},$$ ***2 балла***

где через T_1 и T_2 обозначены температуры газа до и после охлаждения, выраженные в градусах Кельвина. Конечный объём газа V' может быть найден из условия равенства масс воды и льда:

$$V'=V-V_{льда}=V-\frac{\rho_1}{\rho_2}V_1$$ ***1 балл***

С учётом последнего соотношения получаем:

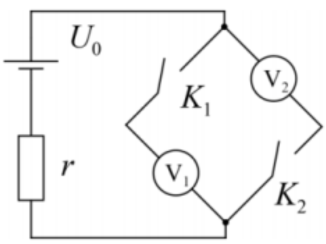
$$p=p_0\cdot\frac{T_2}{T_1}\cdot\frac{V-V_1}{V-\frac{\rho_1}{\rho_2}V_1}\approx 1{,}44\cdot 10^5 Па$$ ***2 балла***

В заключение поясним, для чего в условии сказано, что поверх воды налит тонкий слой машинного масла. Это необходимо для того, чтобы вода не испарялась — в противном случае нам бы пришлось учитывать при расчётах влажность воздуха. ***1 балл***

Решение оформлено аккуратно, с необходимыми комментариями и пояснениями. ***1 балл***

Всего за задачу 7 баллов

2. ЗАДАЧА 2 «Тестируем вольтметры». Электрическая цепь состоит из источника напряжения $U_0 = 12$ *В*, резистора с неизвестным сопротивлением r, вольтметров V_1 и V_2 и ключей K_1 и K_2. Если замкнут только ключ K_1, то показание одного из вольтметров равно $U_1=6{,}0$ *В*. Если замкнут только ключ K_2, то показание одного из вольтметров равно $U_2=8{,}0$ *В*. Найдите сумму показаний вольтметров при одновременно замкнутых ключах K_1 и K_2.



РЕШЕНИЕ. Введём обозначения: R_1 и R_2 – внутренние сопротивления вольтметров V_1 и V_2 соответственно. При замыкании ключа K_1 через вольтметр V_1 потечёт ток $I_1 = \frac{U_0}{r+R_1}$. Следовательно, его показание будет равно $U_1 = I_1R_1 = \frac{R_1}{r+R_1}U_0$, откуда $R_1 = \frac{U_1}{U_0-U_1}r = r$ ***2 балла***

Через вольтметр V_2 ток при этом не течёт.

При замыкании ключа K_2 через вольтметр V_2 потечёт ток $I_2 = \frac{U_0}{r+R_2}$.

Следовательно, его показание будет равно $U_2 = I_2R_2 = \frac{R_2}{r+R_2}U_0$, откуда $R_2 = \frac{U_2}{U_0-U_2}r = 2r$ ***2 балла***

Через вольтметр V_1 ток при этом не течёт.

Если замкнуть одновременно ключи K_1 и K_2, то суммарный ток через вольтметры будет $I = \frac{U_0}{r+R}$, где $R = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{2}{3}r$. ***1 балл***

При этом показания каждого из вольтметров окажутся равными $U = IR = \frac{R}{r+R}U_0 = \frac{2}{5}U_0 = 4{,}8$ В. ***1 балл***

Таким образом, сумма показаний вольтметров при одновременном замыкании ключей K_1 и K_2: $\Sigma=2U=9{,}6$ В. ***1 балл***

Решение оформлено аккуратно, с необходимыми комментариями и пояснениями. ***1 балл***

Всего за задачу 8 баллов

ЗАДАЧА 2 «Лифт». Тело массой *m=10 кг* подвешено в лифте при помощи трёх одинаковых лёгких верёвок, натянутых вертикально. Одна из них привязана к потолку лифта, две другие - к полу. Когда лифт неподвижен, натяжение каждой из нижних верёвок составляет $F_0=5$ *Н*. Лифт начинает двигаться с постоянным ускорением, направленным вверх. Найдите установившуюся силу натяжения верхней верёвки при следующих значениях ускорение свободного падения лифта: $a_1=1$ *м/с*^{2}, $a_2=2$ *м/с*^{2}. Ускорение свободного падания равно $g=9,8$ *м/с*^{2}. Считайте, что сила натяжения верёвки пропорциональна её удлинению.

РЕШЕНИЕ. Когда лифт неподвижен, на тело действуют сила тяжести mg, сила натяжения верхней верёвки F и силы натяжения нижних верёвок F_0. Из условия равновесия получаем:

$$F=mg+2F_0.$$ ***1 балл***

При движении лифта с постоянным ускорением a, направленным вверх, в установившемся режиме тело движется с тем же ускорением a. Поэтому силы натяжения верёвок должны измениться. Из второго закона Ньютона:

$$F'-mg-2F'_0=ma$$ ***1 балл***

где F' и F'_0 - силы натяжения верхней и нижних верёвок.

Для того, чтобы записать ещё одно недостающее для решения задачи уравнение, учтём, что сила натяжения верёвки зависит от её удлинения x следующим образом: при $x\leq0$ сила $F=0$, при $x>0$ сила $F=kx$, где k-некоторый коэффициент, одинаковый для всех верёвок, именуемый жесткостью. Отсюда получаем, что при неподвижном лифте удлинения верхней и нижних верёвок x и x_0 связаны соотношением:

$$\frac{x}{F}=\frac{x_0}{F_0}=\frac{1}{k}$$ ***1 балл***

В лифте, движущемся с направленным вверх ускорением a, верхняя верёвка дополнительно растянется на величину y, а нижние укоротятся на такую же величину. Таким образом, удлинения верёвок будут равны

$$x'=x+y, \quad x'_0=x_0-y.$$

Возможны два случая: $x'_0>0$ и $x'_0\leq0$.

В первом случае

$$F'_0=kx'_0, \qquad F'=kx', \qquad F'_0-F_0=-ky, \qquad F'-F=ky.$$ ***1 балл***

Вычитая из соотношения (2) соотношение (1), получаем:

$$F'-F=ma+2(F'_0-F_0)$$

или $ma=3ky$, то есть $y=\frac{ma}{3k}$. Отсюда сила натяжения верхней верёвки

$$F'=F+ky=mg+2F_0+\frac{ma}{3k}$$ ***1 балл***

а силы натяжения нижних верёвок

$$F'_0=F_0-ky=F_0-\frac{ma}{3}.$$ ***1 балл***

Указанный случай возможен при F_0-$\frac{ma}{3k}$> 0, то есть при $a<3F_0/m=1,5 м/с^2$. Этому неравенству соответствует заданное в условии задачи ускорение $a_1=1\ м/с^2$. Следовательно, при этом ускорении

$$F'=m(g+\frac{a_1}{3})+2F_0\approx 111\ Н.$$ **1 балл**

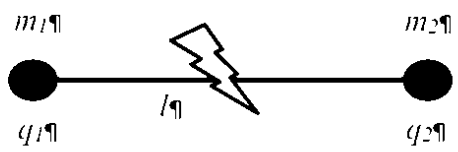
В другом случае (при $x'_0\leq 0$), когда $a\geq 3F_0/m=1,5 м/с^2$, нижние верёвки не натянуты, то есть $F'_0=0$, а $F'=m(g+a)$. Этот случай реализуется при ускорении лифта $a_2=2\ м/с^2$. При этом ускорении

$$F'=m(g+a_2)=118\ Н.$$ **2 балла**

Решение оформлено аккуратно, с необходимыми комментариями и пояснениями. **1 балл**

Всего за задачу 10 баллов

ЗАДАЧА 4 «Пушка Кулона». Два небольших заряженных шарика, имеющих электрические заряды $q_1=5$ *мкКл* и $q_2=6$ *мкКл,* массы которых $m_1=50$ *г* и $m_2=70$ *г* соответственно, связаны легкой непроводящей нитью длиной $l=50$ *см*. Нить пережигают. Найдите скорости υ_1 и υ_2 шариков при их удалении на достаточно большое расстояние друг от друга. Действием сил тяжести и трения пренебречь.



РЕШЕНИЕ. Заряды будут расталкиваться под действием силы Кулона. Энергия их потенциального взаимодействия: $W_п = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{q_1 q_2}{l}$ (1)

1 балл

Эта энергия перейдет в кинетическую энергию движения шариков: $\frac{m_1\vartheta_1^2}{2} + \frac{m_2\vartheta_2^2}{2} = W_п$ (2) **1 балл**

Поскольку шарики взаимодейтсвуют только друг с другом, то будет справедлив закон сохранения импульса (система замкнута):

$$m_1\vartheta_1 = m_2\vartheta_2 \quad (3)$$ **1 балл**

Выражая из (3) υ_2 и подставляя в (2), получим:

$$\vartheta_2 = \frac{m_1\vartheta_1}{m_2},$$

$$W_п = \frac{m_1\vartheta_1^2}{2} + \frac{m_2}{2}\frac{m_1^2\vartheta_1^2}{m_2^2} = \frac{m_1\vartheta_1^2}{2}\frac{m_1+m_2}{m_2} \quad \Rightarrow$$

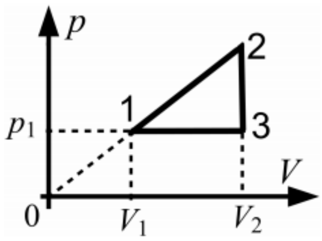
$\Rightarrow \vartheta_1^2 = \frac{2W_П m_2}{m_1(m_1+m_2)}$ $\Rightarrow$ $\vartheta_1 = \sqrt{\frac{2m_2}{m_1(m_1+m_2)} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{l}} = \sqrt{\frac{m_2 q_1 q_2}{2\pi\varepsilon_0 m_1(m_1+m_2)l}} =$ 3,5 м/с. ***3 балла***

Соответственно

$\vartheta_2 = \frac{m_1}{m_2}\vartheta_1 = \sqrt{\frac{m_2 q_1 q_2}{2\pi\varepsilon_0 m_1(m_1+m_2)l}} = 2{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. ***1 балл***

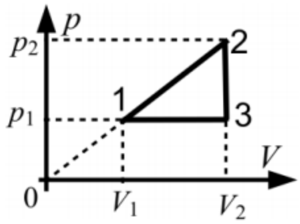
Решение оформлено аккуратно, с необходимыми комментариями и пояснениями. ***1 балл***

Всего за задачу 8 баллов



ЗАДАЧА 5 «Процесс». Идеальный газ участвует в процессе 1-2-3-1, представленном на диаграмме p(V), (см. рис.). Прямая 1-2 проходит через начало координат. Значения p_1, V_1 и V_2 даны. В ходе процесса количество вещества газа менялось пропорционально его абсолютной температуре T, т.е. по закону ν(T)=zT, где z–известный коэффициент. Изобразите процесс 1-2-3-1 на диаграмме V(T). Не забудьте найти и подписать на диаграмме объем и температуру газа в точках 1, 2, 3.

РЕШЕНИЕ. По условию задачи в процессе 1-2-3-1 выполняется уравнение Клайперона-Менделеева $pV=\nu RT$, где $\nu=zT$. Иными словами, уравнение Клайперона-Менделеева принимает вид $pV=zRT^2$ (1)
1 балл



Рассмотрим процесс 1-2. Так как точки 1 и 2 лежат на одной прямой, проходящей через начало координат, все они удовлетворяют условию $p=\alpha V$, где коэффициент пропорциональности α, а также неизвестное давление p_2 легко найти: $\alpha = \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2}$, $p_2 = \frac{p_1 V_2}{V_1}$ ***1 балл***

Так как давления во всех пронумерованных точках нам теперь известны, температуры в них легко найти с помощью (1):

$$T(V) = \sqrt{\frac{pV}{zR}}, \quad \Rightarrow \quad T_1 = \sqrt{\frac{p_1 V_1}{zR}}, \quad T_2 = \sqrt{\frac{p_2 V_2}{zR}} = \sqrt{\frac{p_1 V_2^2}{V_1 zR}}, \quad T_3 = \sqrt{\frac{p_1 V_2}{zR}}.$$

2 балла

Процесс 1-2 – это множество точек (p,V,T), одновременно удовлетворяющих условиям

$$p = \alpha V, \qquad pV = zRT^2, \qquad V \in [V_1, V_2].$$

Поскольку нам необходимо построить расположение этих точек на плоскости V(T), исключим из этой системы уравнений давление:

$$\alpha V^2 = zRT^2 \qquad \Leftrightarrow \qquad V = T\sqrt{\frac{zR}{\alpha}}.$$

В последнем равенстве, извлекая корень, мы учли, что и объем и температура – положительные по определению величины. Итак, мы получили, что в процессе 1-2 объем пропорционален температуре с известным коэффициентом пропорциональности. ***2 балла***

Процесс 1-3 – это множество точек (p,V,T), одновременно удовлетворяющих условиям

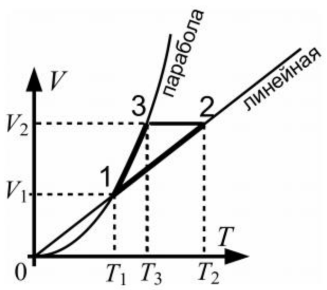
$$p = p_1, \qquad pV = zRT^2 \qquad V \in [V_1, V_2].$$

Также исключим из этой системы уравнений давление:

$$p_1 V = zRT^2 \qquad \Leftrightarrow \qquad V = \frac{zRT^2}{p_1}.$$

Значит, в процессе 1-3 объем пропорционален квадрату температуры, то есть точки этого процесса лежат на параболе, проходящей через начало координат. ***2 балла***

Изобразим прямую пропорциональность V(T) в процессе 1-2 и квадратичную зависимость в процессе 1-3:



2 балла

Учтем, что эти графики ”работают” при $V \in [V_1, V_2]$ (эти интервалы прямой и параболы мы выделили на рисунке жирным). Осталось только дополнить диаграмму горизонтальным отрезком 2-3, на котором по условию объем не меняется. ***1 балл***

Решение оформлено аккуратно, с необходимыми комментариями и пояснениями ***1 балл***

Всего за задачу 12 баллов