Решения заданий
2-го (районного) этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету **«Астрономия» (2021 года)**

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание 1

Дневные наблюдения показали, что центр солнечного диска за время, равное продолжительности световой части суток, проходит по небу угловое расстояние 180°. Определите географическую широту φ места наблюдения, если установлено, что высота центра солнечного диска в нижней кульминации равна $h_Н = –36°$.

Решение

Центр Солнца при его движении по небу описывает суточную параллель. Световой части суток соответствует та часть суточной параллели Солнца, которая расположена над горизонтом. Длина этой дуги будет равна угловому расстоянию, которое проходит центр солнечного диска, т.е. по условию задачи 180°. Такое возможно только 2 раза в год: в дни равноденствий, когда склонение Солнца (а именно склонение центра его видимого диска) равно δ = 0°. Движение Солнца рассмотрим в проекции на плоскость небесного меридиана (рисунок 1).

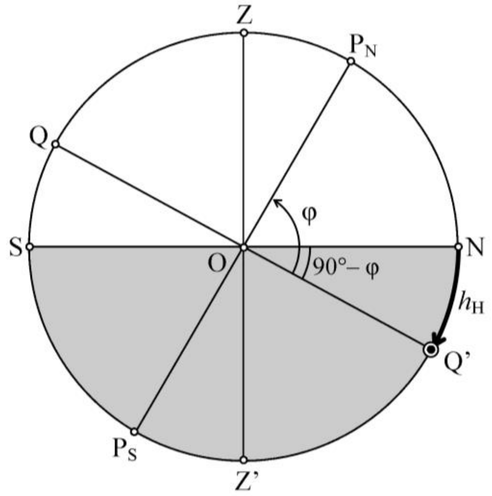


Рисунок 1

Из рисунка 1 видно, что высота Солнца в нижней кульминации равна

$$|h_Н| = 90° – φ.$$

Отсюда получим

$$φ = 90° – |h_Н| = 90° – 36° = 54°.$$

Ответ: φ = 54°.

Количество баллов за полное решение: 3 балла.

Задание 2

Наблюдатель заметил, что в некоторый момент времени звезда S_1 кульминирует в зените, а звезда S_2 – в надире. Определите склонения $δ_1$ и $δ_2$ этих звезд, а также их высоты в верхней ($h_{В1}$, $h_{В2}$) и нижней ($h_{Н1}$, $h_{Н2}$) кульминациях, если географическая широта наблюдателя φ = 18°.

Решение

Для решения данной задачи изобразим сечение небесной сферы плоскостью небесного меридиана (рисунок 2). Исходя из условия задачи, звезда S_1, находясь в зените Z, будет иметь высоту в верхней кульминации $h_{В1} = 90°$. Поскольку звезда S_2 кульминирует в надире Z', то это её нижняя кульминация, следовательно, $h_{Н2} = –90°$.

Из рисунка 2 можно видеть, что $δ_1 = φ = 18°$ и $δ_2 = –φ = –18°$. Тогда для звезды S_1 можно получить

$$|h_{Н1}| = 90° – φ – δ_1 = 54°,$$

а так как нижняя кульминация S_1 происходит под горизонтом, то $h_{Н1} = –54°$.

Для звезды S_1 получим $h_{В2} = 90° – φ + δ_2 = 54°$.

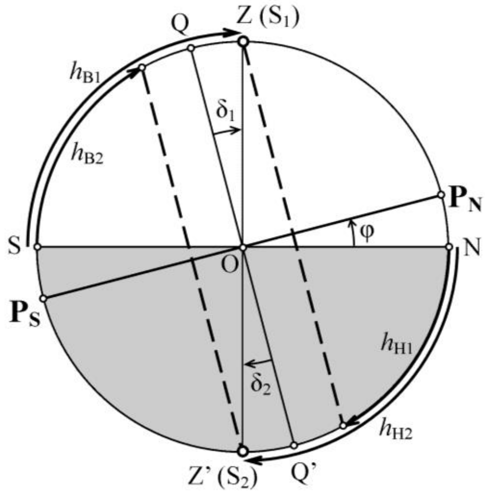


Рисунок 2

Результаты вычислений можно представить в виде таблицы:

Звезда	δ	$h_В$	$h_Н$
S_1	18°	90°	–54°
S_2	–18°	54°	–90°

Количество баллов за полное решение: 5 баллов.

Задание 3

Некоторая незаходящая звезда кульминирует только к северу от зенита, причем высота в верхней кульминации ($h_В$) в 2 раза больше высоты в нижней кульминации ($h_Н$). Вычислите угловое расстояние β между точками верхней и нижней кульминации этой звезды, а также склонение δ этой звезды. Зенитное расстояние Полярной звезды считайте равным $z_P = 56°$.

Решение

На сечении небесной сферы меридианом изобразим два положения звезды: в верхней кульминации, и в нижней кульминациях (рисунок 3).

Из рисунка следует, что дуга Q'N = z_P. Тогда склонение $\delta = z_P + h_Н$.

$$h_В = h_Н + \beta = 2h_Н.$$

Следовательно, $\beta = h_Н$.

При этом

$$\beta = 180° - 2\delta = 180° - 2(z_P + h_Н) =$$
$$= 180° - 2(z_P + \beta) = 180° - 2z_p - 2\beta;$$
$$3\beta = 180° - 2z_P,$$

откуда $\beta = (180° - 2z_P)/3 = 22{,}67°$.

Получим, что склонение звезды равно

$$\delta = z_P + h_Н = 78{,}67°.$$

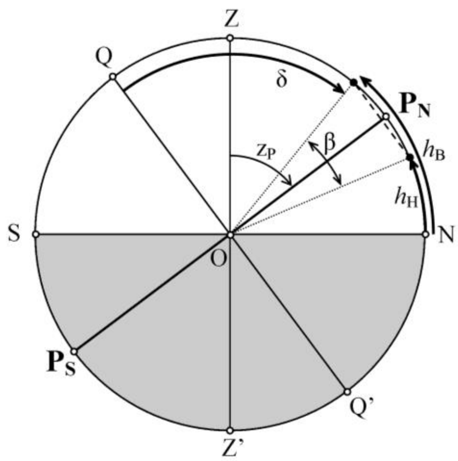


Рисунок 3

Ответ: β =22,67°; δ = 78,67°.

Количество баллов за полное решение: 10 баллов.

Задание 4

Две малые планеты Солнечной системы имеют эллиптические орбиты, лежащие в одной плоскости, причем перигелий первой орбиты совпадает с афелием второй орбиты. Известно, что эксцентриситет первой орбиты равен $e_1 = 0{,}08$, а эксцентриситет второй в 6 раз больше. Вычислите, во сколько раз отличаются сидерические периоды их обращения вокруг Солнца.

Решение

Поскольку перигелий 1-й орбиты совпадает с афелием 2-й орбиты, то перигелийное расстояние q_1 равно афелийному расстоянию Q_2, т.е. $q_1 = Q_2$ (рисунок 4).

Тогда $a_2(1 + e_2) = a_1(1 - e_1)$.

Периоды обращения связаны с большими полуосями соотношением $(T_1/T_2)^2 = (a_1/a_2)^3$,

где $a_1/a_2 = (1 + e_2)/(1 - e_1) = (1 + 6e_1)/(1 - e_1) = 1{,}61$.

Получим в итоге

$$T_1/T_2 = (a_1/a_2)^{3/2} = 2{,}04.$$

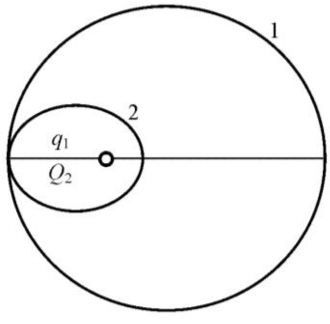


Рисунок 4

Ответ: $T_1/T_2 = 2{,}04$.

Количество баллов за полное решение: 5 баллов.

Задание 5

Для земного наблюдателя планета П находится в западной квадратуре и имеет синодический период $S = 1{,}8$ года. Вычислите расстояние r от Земли до планеты П, а также угловое расстояние λ, на котором находится Земля по отношению к Солнцу, если смотреть на неё с поверхности планеты П. Орбиты Земли и планеты П считать круговыми и расположенными в одной плоскости.

Решение

Изобразим взаимное расположение Солнца, Земли и Планеты на рисунке 5. Поскольку Планета находится в западной квадратуре, то угол СЗП является прямым (∟СЗП = 90°). При этом tg $\lambda = a_0/r$, где $r = (a^2 - a_0^2)^{1/2}$ – расстояние между Землей и Планетой в этот момент. Для нахождения a воспользуемся III законом Кеплера:

$$a = T^{2/3},$$

где сидерический период T Планеты найдём через её синодический период S:

$$1/S = 1/T_0 - 1/T;$$

$$T = (T_0 S)/(S - T_0) = 2{,}25 \text{ года.}$$

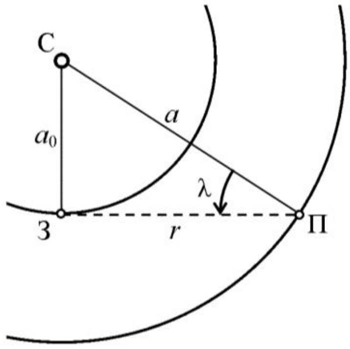


Рисунок 5

Получим $a = (2{,}25)^{2/3} = 1{,}72$ а.е.

Зная большую полуось a орбиты Планеты, вычислим расстояние r между Землей и Планетой:

$$r = (1{,}72^2 - 1^2)^{1/2} = 1{,}4 \text{ а.е.}$$

Найдем угол λ:

$$\text{tg}\,\lambda = 1/1{,}4 = 0{,}714, \text{ следовательно } \lambda = 35{,}5°.$$

Ответ: $r = 1{,}4$ а.е.; $\lambda = 35{,}5°$.

Количество баллов за полное решение: 10 баллов.

Задание 6

Видимая звездная величина цефеиды за половину периода пульсаций изменяется на $\Delta m = 0{,}3^m$. Считая температуру поверхности цефеиды неизменной, вычислите, на сколько процентов изменяется её радиус R за половину периода пульсаций.

Решение

Так как абсолютная звездная величина M связана с видимой звездной величиной соотношением

$$M = m + 5 - 5\cdot\lg r,$$

то изменение видимой звездной величины Δm будет равно изменению абсолютной звездной величины ΔM, т.е. $\Delta M = \Delta m = 0{,}3^m$ (так как расстояние r до цефеиды не изменяется).

Отношение светимостей цефеиды в максимуме блеска (L_1) и минимуме блеска (L_2) равно:

$$L_1/L_2 = 2{,}512^{M2-M1} = 2{,}512^{\Delta M} = 2{,}512^{\Delta m}.$$

Светимость звезды связана с ее радиусом R и температурой T поверхности соотношением:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4.$$

Поскольку температура поверхности цефеиды при ее пульсациях остается постоянной, то изменение светимости цефеиды определяется только изменением ее радиуса. Следовательно, при большем радиусе R_1 будет наблюдаться большая светимость L_1, и наоборот. Тогда отношение светимостей цефеиды при T = const можно представить в виде

$$L_1/L_2 = (R_1/R_2)^2 = 2{,}512^{\Delta m}.$$

Относительное изменение радиуса цефеиды вычислим следующим образом:

$$\Delta R/R_2 = (R_1 - R_2)/R_2 = R_1/R_2 - 1 = 2{,}512^{\Delta m/2} - 1 = 0{,}148 \ (14{,}8\ \%).$$

Ответ: 14,8 %.

Количество баллов за полное решение: 12 баллов.

Суммарное количество баллов за теоретическую часть: 45 баллов.

Если ответ не полный – жюри принимает решение о снижении оценки.

Другие варианты решений, если они физически и/или математически обоснованы и дают верные ответы, жюри принимаются.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание 1

Изобразите на рисунке небесной сферы светила M$_1$ (α_1 = 5 ч, δ_1 = 45°) и M$_2$ (α_2 = 22 ч, δ_2 = 20°) для наблюдателя, находящегося на географической широте φ = 40°, если часовой угол точки весеннего равноденствия равен t_{γ} = 20 ч. Используя полученный рисунок, оцените горизонтальные координаты светил M$_1$ и M$_2$.

Решение

На рисунке 1 изображена небесная сфера и положения светил M$_1$ и M$_2$ на ней.

Из рисунка можно примерно оценить горизонтальные координаты этих светил.

Для M$_1$: азимут A$_1$ = 210°–230° и высота над горизонтом $h_1 \approx 0°$.

Для M$_2$: азимут A$_2$ = 280°–290° и высота над горизонтом h_2 = 60°–80°.

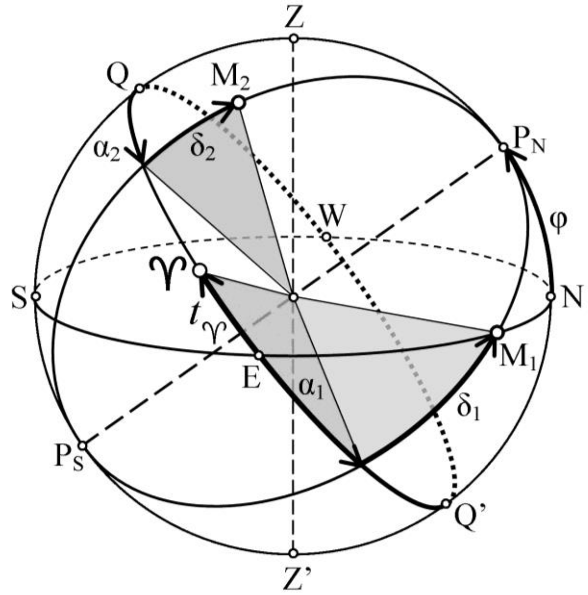


Рисунок 1

Количество баллов за полное решение: 4 балла.

Задание 2

В приложении 1 представлена фотография околополярных созвездий с большой выдержкой. Оцените время выдержки τ с помощью представленной фотографии и обоснуйте решение.

Решение

Светлые дуги, видимые на фотографии, представляют собой траектории звезд на небе, которые они проходят за время выдержки. Известно, что за сутки (24 ч) небесная сфера поворачивается на 360°, или на 15° за 1 ч.

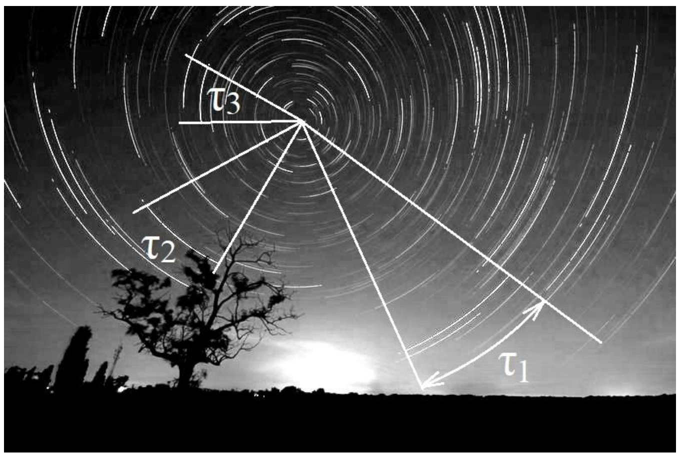


Рисунок 2

Чтобы определить время выдержки τ, достаточно определить угол между крайними точками траекторий звезд, как показано на рисунке 2. Это можно сделать либо для одной траектории, либо для нескольких, и затем найти среднее значение угла, на который повернулись звезды по отношению к Полярной звезде.

Определенные автором значения составили: τ_1 = 29°, τ_2 = 31°, τ_3 = 30°,
$\langle\tau\rangle$ = 30° или 2 ч.

Ответ: τ = 2 ч.

Количество баллов за полное решение: 3 балла.

Задание 3

Определите фазу Φ солнечного затмения, приведенного на фотографии в приложении 2.

Решение

Фаза затмения представляет собой отношение

$$\Phi = d_T/d,$$

где d_T – доля диаметра Солнца, закрытого диском Луны, d – диаметр солнечного диска.

На рисунке 3 показано, как получить величины d_T и d. Их можно выразить в сантиметрах и затем найти их отношение.

Полученное автором значение составило: $\Phi = 0{,}43$.

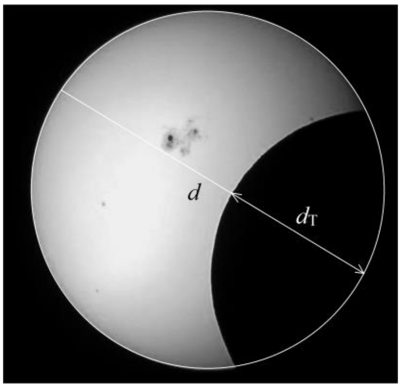


Рисунок 3

Количество баллов за полное решение: 3 балла.

Задание 4

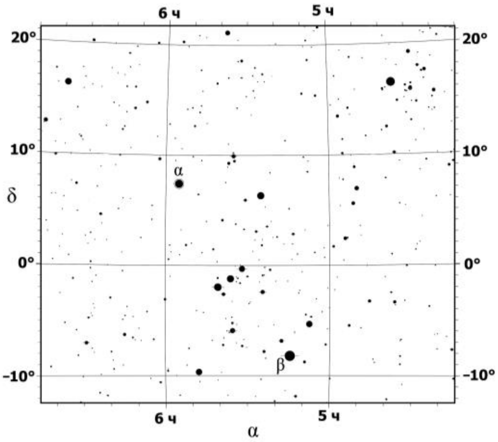
На изображении в приложении 3 показана карта участка звездного неба.

а) Вычислите угловое расстояние между звездами α и β.

б) Укажите названия созвездий, представленных на данном изображении.

в) Укажите названия 8-и наиболее ярких звезд.

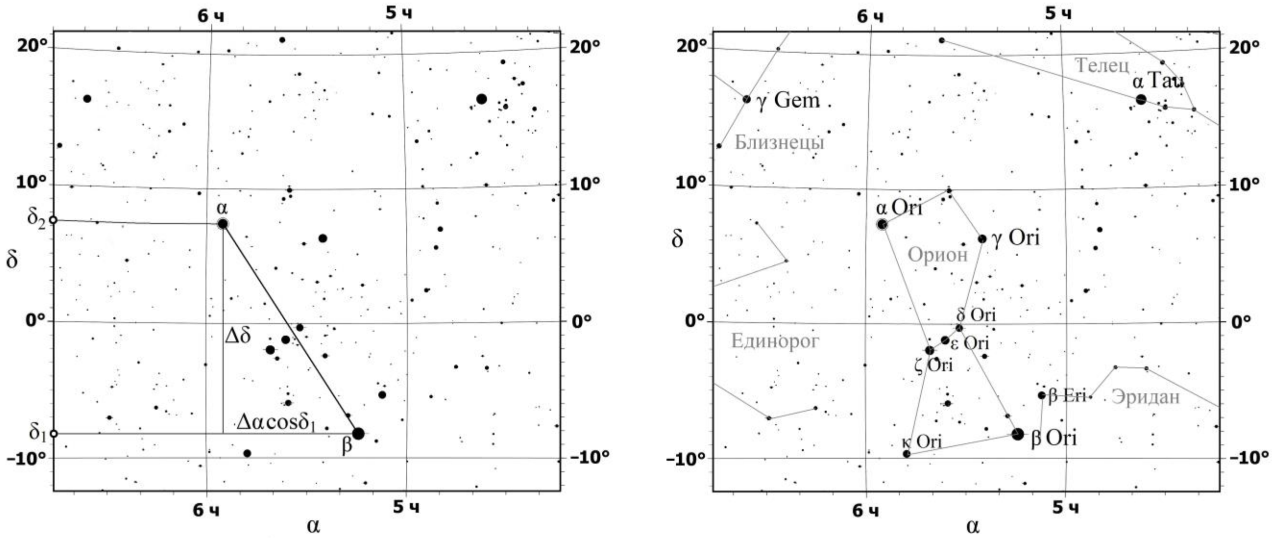
г) Укажите время года, в которое лучше всего наблюдать данные созвездия.



Решение

а) Для определения углового расстояния между указанными звездами, необходимо определить разницу их координат по склонению $\Delta\delta = 15{,}4°$ и прямому восхождению (в угловых градусах) $\Delta\alpha = 40$ мин $= 10°$ (см. рисунок 4, *а*):

$$l = ((\Delta\alpha\cdot\cos\delta_1)^2 + (\Delta\delta)^2)^{1/2} = ((10°\cdot\cos(-8°))^2 + (15{,}4°)^2)^{1/2} = 18{,}3°.$$



а *б*

Рисунок 4

б) Близнецы, Единорог, Орион, Телец, Эридан.

в) α Ori – Бетельгейзе; β Ori – Ригель; γ Ori – Беллатрикс; δ Ori – Минтака; ε Ori – Алнилам; ζ Ori – Алнитак; κ Ori – Саиф; α Tau – Альдебаран.

г) Наилучшие условия наблюдения: с ноября по январь, когда созвездия видны в темное время суток от их восхода до захода.

Количество баллов за полное решение: 20 баллов (по 5 баллов за каждый пункт).

Задание 5

Проницающая сила телескопа равна $m_{пр} = 13^m$. Рассчитайте разрешающую способность ψ данного телескопа, если фокусное расстояние объектива $F = 1000$ мм, а фокусное расстояние окуляра $f = 20$ мм. Каким будет угловой размер β Луны в фазе полнолуния при наблюдении в данный телескоп? Объекты какого минимального размера $d_{мин}$ можно видеть с помощью данного телескопа на поверхности Луны?

Решение

Используя формулу Боуэна $m_{пр} = 5{,}5 + 2{,}5\lg D_{(см)} + 2{,}5\lg n$ (n – увеличение телескопа, $D_{(см)}$ – диаметр объектива телескопа, в сантиметрах), определим диаметр объектива $D_{(см)}$:

$$\lg D_{(см)} = (m_{пр} - 5{,}5 - 2{,}5\lg n)/2{,}5.$$

Увеличение телескопа вычислим по формуле $n = F/f = 50$.

Тогда $\lg D_{(см)} = 1{,}3$, откуда $D_{(см)} = 10^{1,3} = 20$ (см).

Определим разрешающую способность данного телескопа:

$$\psi'' = 138/D_{(мм)} = 0{,}69'',$$

где $D_{(мм)}$ – диаметр объектива телескопа в миллиметрах.

Угловой размер Луны в фазе полнолуния составляет примерно $\beta_0 = 0{,}5°$. Тогда при наблюдении в телескоп ее угловой размер станет равным $\beta = n\beta_0 = 25°$.

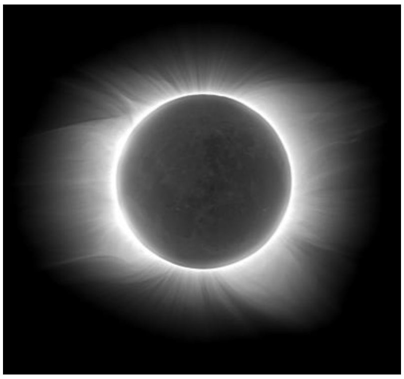
Для определения минимального размера объекта, который можно видеть на поверхности Луны, будем рассматривать случай, когда этот объект находится ближе всего к наблюдателю. Это возможно, когда Луна находится в зените, а объект расположен в центре видимого диска Луны, тогда расстояние от наблюдателя до объекта $r = a_Л - R_З - R_Л = 384400 - 6370 - 1740 = 376290$ (км). С учетом разрешающей способности ψ телескопа и расстояния r до объекта, минимальный размер $d_{мин} = \psi_{(рад)}\cdot r/206265'' = 1{,}26$ (км).

Ответ: $\psi = 0{,}69''$; $\beta = 25°$; $d_{мин} = 1{,}26$ км.

Количество баллов за полное решение: 18 баллов.

Задание 6

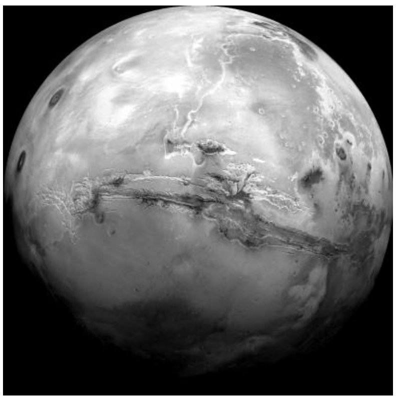
Назовите объекты и явления, запечатленные на приведенных в приложении 4 фотографиях.



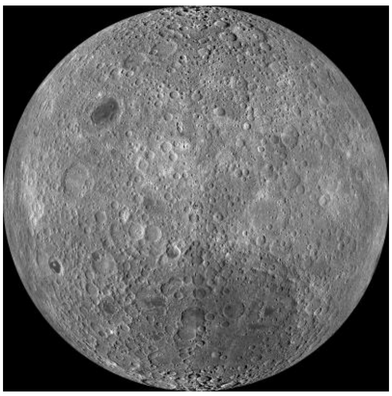
Фотография № 1

Фотография № 2

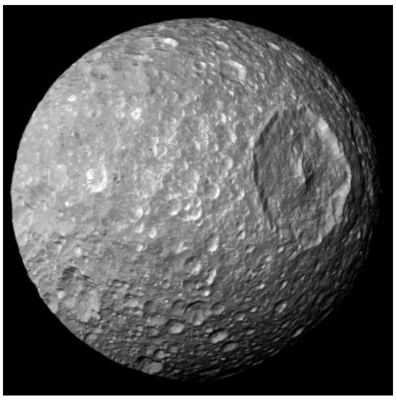
Фотография № 3



Фотография № 4



Фотография № 5



Фотография № 6

Решение

Ответы в таблице:

№ фотографии	Название объекта, явления	
1	Полное солнечное затмение (солнечная корона, Луна в фазе новолуния).	**2 балла**
2	Фобос (спутник Марса).	**2 балла**
3	Тёмная пылевая туманность «Конская голова» (созв. Орион).	**2 балла**
4	Планета Марс.	**2 балла**
5	Луна (обратная сторона).	**2 балла**
6	Мимас (спутник Сатурна).	**2 балла**

Количество баллов за полное решение: 12 баллов.

Суммарное количество баллов за практическую часть: 60 баллов.