Банк дидактических средств для создания проблемных ситуаций на уроках математики.

Шпак Галина Ивановна,
учитель математики
государственное учреждение образования
«Средняя школа №26 г. Гродно»

1) Познавательные проблемные ситуации для первичного ознакомления с новым учебным материалом могут быть созданы при помощи разных приёмов. Например, приступая к изучению теоремы Пифагора, учитель может создать проблемную ситуацию следующим образом: «Древнегреческий математик Пифагор, путешествуя по Египту, узнал, что там для построения на земле прямого угла поступают следующим образом: берут верёвку, которая состоит из трёх частей – отрезков длиной в 3, 4 и 5 единиц длины, и строят из неё треугольник, принимая за его вершины узлы между частями верёвки, соединив начало и её конец. Пифагор задумался: какое свойство прямоугольного треугольника лежит в основе этого способа построения прямого угла? Это свойство нам и нужно изучить, называется оно теоремой Пифагора».

Предлагая учащимся задачу, решение которой возможно только с применением теоремы Пифагора, мы тем самым ставим проблему, как найти гипотенузу, зная катеты треугольника. Благодаря созданной проблемной ситуации, восприятие нового материала делается осознанным, целенаправленным, что способствует его глубокому усвоению.

2) Если познавательная проблема состоит в том, чтобы познать что-то, рассмотреть что-то, то исследовательская проблема состоит в установлении причин происхождения того или иного явления. Например, на уроке геометрии в 11 классе учитель предлагает на опыте сравнить объём пирамиды и объем призмы, у которой одинаковые с пирамидой основание и высота. Для этого используются модели пирамиды и призмы с одинаковыми основаниями и высотами, изготовленные из жести. Переливая воду из ёмкости пирамиды три раза в ёмкость призмы, учащиеся наглядно убеждаются, что объём пирамиды в три раза меньше объёма призмы. Выяснив это, формулируется учебная цель: найти объём произвольной пирамиды, зная площадь её основания и высоту. При этом учитель подчёркивает, что проблема сводится к нахождению метода вывода искомой формулы, ибо саму формулу можно заранее предсказать на основе результатов проведенного опыта.

3) При изучении темы «Сумма внутренних углов выпуклого n-угольника» на доску проектируется рисунок, на котором изображены треугольник, четырёхугольник, пятиугольник, шестиугольник и семиугольник. Если через S_3, S_4, S_5, S_6, S_7 обозначить сумму внутренних углов изображенных многоугольников, то возникает вопрос: чему равны S_3, S_4, S_5, S_6, S_7? Для треугольника и четырёхугольника учащиеся записывают: $S_3=180^\circ$, $S_4=360^\circ$, а для пятиугольника, шестиугольника и семиугольника соответствующих равенств они записать не могут. Создаётся проблемная ситуация как результат несоответствия между имеющимися знаниями и поставленной задачей.

Класс разбивается на три группы. Учитель предлагает начертить в тетрадях первой группе – произвольный пятиугольник, второй группе – шестиугольник, третьей группе – семиугольник, и с помощью транспортира найти градусную меру каждого внутреннего угла, а потом определить их сумму. Учащиеся убеждаются, что измерением практически невозможно найти точно сумму внутренних углов выпуклого n-угольника.

Используя изображения многоугольников, учитель стремится подвести учащихся к обобщениям: проводя диагонали из одной вершины многоугольника, мы разбиваем его на определенное число треугольников, суммы углов которых нам известны.

4) Одним из приёмов создания проблемной ситуации является определение проблемной задачи с умышленно допущенными ошибками.

Учащиеся считают, что учитель знает всё по своему предмету, никогда не ошибается, и поэтому слепо доверяют ему.

Применяются две основные формы работы с ошибочными решениями.

Первая форма состоит в том, что учитель может просто записать решение задачи на доске. При этом он должен, проявляя определённый артистизм, быть в «скользких» местах как можно более убедительным. Вторая форма заключается в том, что учитель раздаёт учащимся листочки с подборкой «решений» задач по данной теме. Задача учащихся – найти ошибки и исправить их. На примере таких «решений» школьники глубже понимают тот или иной метод решения, выявляют некоторые нюансы.

При изучении темы «Решение уравнений с модулем» учитель может предложить следующее «решение» уравнения:

$2 \cdot |x + 1| = 3x;$

$2 \cdot (x + 1) = 3x;$ или $2 \cdot (x + 1) = -3x;$

$2x + 2 = 3x;$ $\qquad$ $2x + 2 = -3x;$

$2x - 3x = -2;$ $\qquad$ $2x + 3x = -2;$

$-x = -2;$ $\qquad$ $5x = -2;$

$x = 2;$ $\qquad$ $x = -2/5.$

Ответ: 2; –2/5.

Естественно, при проверке ответ не сходится. Проблемная ситуация: учащиеся ищут ошибку и решают проблему. После этого учащиеся очень внимательно следят за мыслью и решением учителя. Результат – внимательность и заинтересованность на уроке.

5) Тема «Сумма n-первых членов арифметической прогрессии»

Изучение вопроса о сумме n-первых членах арифметической прогрессии в 9-ом классе начинаю с рассказа: “Примерно 200 лет тому назад в одной из школ Германии на уроке математики учитель предложил ученикам найти сумму первых 100 натуральных чисел. Все принялись подряд складывать числа, а один ученик почти сразу же дал правильный ответ. Имя этого ученика Карл Фридрих Гаусс. Впоследствии он стал великим математиком. Как удалось Гауссу так быстро подсчитать эту сумму?”

Проблемная ситуация: как найти быстро сумму первых 100 натуральных чисел?

Решение проблемы $(1 + 100) \cdot 50 = 5050$.

Последовательность чисел 1, 2, 3,…,100 является арифметической прогрессией. Теперь выводим формулу суммы n-первых членов арифметической прогрессии.

6) Тема: «Площадь прямоугольника».

Посмотрите, пожалуйста, на пол. Краска сносилась, много чёрных полос. Вам нравится? Мне тоже не нравится. Я думаю, что летом нам нужно обязательно покрасить пол. Давайте с вами посчитаем, сколько денег нужно потратить на покраску пола в классе, если 1 банка краски стоит 56000 рублей, и её хватает, чтобы покрасить 28 $м^2$.

Проблемная ситуация. Для решения этой задачи нам нужно найти площадь пола (площадь прямоугольника). Ребята измеряют длину и ширину класса и выполняют необходимые действия. А если в классе ещё что-то потребуется подкрасить? Представляете, сколько это денег, и как нам нужно беречь пол в классе.

7) Тема «Координатная плоскость».

На этапе активного и осознанного усвоения нового материала, а также на этапе закрепления применяю практические работы «Животные на плоскости». Ребята строят точки по координатам и рисуют животных, затем рассказывают про них. Также выполняют творческие работы, сами предлагают свои рисунки и по ним составляют задания.

8) Создание проблемных ситуаций через решение задач на внимание и сравнение. Например, пятикласснице Даше учительница дала задание сосчитать, сколько треугольников изображено на рисунке. Она нашла 5 треугольников. Подошла Лена и нашла 7 треугольников. Кто из них прав? Попробуем посчитать вместе.

9) Создание проблемных ситуаций через противоречие нового материала уже известному. Например, при изучении темы «Квадрат суммы двух выражений» учащимся предлагается следующее задание:

Вычислите: $(2 \cdot 5)^2 = 2^2 \cdot 5^2 = 100$;

$(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2 = 9 \cdot 16 = 144$;

$(5 : 6)^2 = 5^2 : 6^2 = 25 : 36$;

$(3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.

Попробуйте сосчитать по-другому: $(3 + 4)^2 = 7^2 = 49$.

Проблемная ситуация создана. Почему разные результаты?

$(3 + 4)^2 \neq 3^2 + 4^2$.

10) При изучении «Разность квадратов двух выражений» учитель предлагает устно найти произведения $199 \cdot 201$; $102 \cdot 98$; $399 \cdot 401$. Учащиеся затрудняются выполнить вычисления. К удивлению класса, учитель быстро находит произведение записанных чисел. Учащиеся понимают, что имеющихся у них знаний недостаточно, чтобы справиться с поставленной задачей. Создаётся проблемная ситуация.

11) Создание проблемных ситуаций через выполнение небольших исследовательских заданий, например, при изучении темы «Длина окружности».

Ещё древние греки находили длину окружности по формуле $C=\pi \cdot d$, где d – диаметр окружности. А что же такое π?

Учитель предлагает выполнить следующие измерения:

1.Опоясать круглый предмет, например, стакан, ниткой, распрямить нитку и измерить её длину. Длина нитки примерно равна длине окружности стакана. Чтобы получить более точный результат, нужно это проделать несколько раз. При этом данные можно заносить в таблицу.

2.Измерить диаметр стакана линейкой.

Далее найти значение π, как неизвестного множителя (можно пользоваться калькулятором). Выясняется, что значение числа π у всех примерно одинаковое. Учитель поясняет, что π – это бесконечная дробь, современные машины могут определить до миллиона знаков после запятой. π = = 3,1415926…

Для того, чтобы легче запомнить цифры, надо сосчитать количество букв в каждом слове высказывания: «это я знаю и помню прекрасно». В дальнейшей работе мы будем использовать значение π = 3,14.

Исследование проведено. Сотрудничество и взаимопомощь принесли желаемый результат. Проблема решена.

12) При изучении темы «Вынесение множителя из-под знака корня» учащимся предлагается задание: сравните выражения

1. 7 и 8;	7. $\sqrt{1000}$ и $8\sqrt{10}$;
2. $9\sqrt{37}$ и $7\sqrt{37}$;	8. $\sqrt{20000}$ и $7\sqrt{1210}$;
3. $2\sqrt{64}$ и $\sqrt{100}$;	9. $\sqrt{99}$ и $7\sqrt{11}$;
4. $\sqrt{36}$ и $2\sqrt{16}$;	10. $\sqrt{242}$ и $12\sqrt{2}$;
5. $3\sqrt{121}$ и $\sqrt{169}$;	11. $7\sqrt{1440}$ и $\sqrt{100000}$;
6. $\sqrt{250000}$ и $6\sqrt{10000}$;	12. $\sqrt{20000}$ и $7\sqrt{242}$;

В заданиях 7–12 “спрятана проблема” – корни из предложенных чисел не извлекаются. Поняв, что обычный способ сравнения выражений не подходит, учащиеся начинают искать новые пути решения. Это удаётся не сразу. Задания 7 –12 выполняют не по порядку, а выбирают то, решение которого заметили.

13) Перед изучением теоремы о сумме внутренних углов треугольника учащимся предлагается построить треугольники по трем заданным углам:
1) $\angle$A=90°, $\angle$B=60°, $\angle$C=45°. 2) $\angle$A=70°, $\angle$B=30°,$\angle$C=50°.

Как бы точно ребята не откладывали требуемые величины заданных углов, они не могут построить треугольники. Возникает проблемная ситуация как противоречие между теоретически возможным путем решения задачи и практической неосуществимостью выбранного способа.