

Использование разноуровневых заданий на уроках математики*

Существует несколько различных подходов к составлению разноуровневых заданий:

1. Для контроля знаний после прохождения темы составляется задание из вопросов разного уровня. В этом случае можно использовать тест на обучаемость, который может быть развёрнутым и содержать пять заданий на все виды операционной деятельности (различие 1-2 балла, воспроизведение 3-4 балла, понимание 5-6 баллов, применение в знакомой ситуации 7-8 баллов и перенос в новую ситуацию 9-10 баллов) или свёрнутым и содержать три задания на: воспроизведение 1-4 балла, конструирование 5-8 баллов и перенос знаний 9-10 баллов.

При проведении таких уровневых работ знания учащихся оцениваются по максимально освоенному уровню: 10 баллов выставляется за безупречное выполнение развёрнутого или свёрнутого задания; 8 баллов - за правильно выполненные 1-4 задания развёрнутого теста или 1-2 задания свёрнутого теста. Для получения отметки 6 баллов необходимо выполнить 1-3 задания развёрнутого типа (приложение 2.1 и 2.2).

2. Составление "сборных" заданий высокого уровня, решение многошаговых математических задач. Полный, структурированный, грамотно и логично построенный ответ на вопрос (задание, задачу) оценивается в 10 баллов. Если в ответе описаны и объясняются все моменты, но самостоятельно не исследованы, не выявлены критерии сравнения - ответ IV уровня, и в зависимости от правильности и полноты оценивается в 8 и 7 баллов. Если в ответе нет объяснения, а только описание в соответствии с материалом учебника,

* **Реализация дифференциации на уроках математики:** методические рекомендации / сост. В.И.Лукашик, Г.Р.Сакович. - Гродно: Издательство УО «Гродненский ГОИПК и ПРР и СО», 2006. 46с.

ответ оценивается от 6 до 3 баллов в зависимости от полноты, правильности и осознанности изложения (приложение 2.3).

3. При тематическом контроле учитель предлагает учащимся на выбор задания разного уровня: первое предполагает максимальную отметку в 6 баллов, второе - в 8 баллов, третье - в 10 баллов. Ребёнок выполняет последовательно все эти задания и получает отметку по максимально усвоенному уровню. Иногда, по разрешению учителя ученик выполняет одно максимально сложное по уровню задание, если в него автоматически входят умения предыдущих уровней. (приложение 2.4).

В порядке тематического контроля ученикам предлагается дать полный развернутый (письменный) ответ по одному из содержательных вопросов пройденной темы. Учитель оценивает объем, точность, структурированность, обобщенность, доказательность, самостоятельность изложения, выводы, иллюстрации, подкрепление примерами, установление связей с другими темами, использование основной и дополнительной литературы, установление практического и теоретического значения данного материала (приложение 2.5).

Приложение 2.1.

Задания развернутого типа

Тема. «Четырехугольники» (9 класс)

2 б. 1. ABCD – прямоугольник. Назовите пары равных сторон этого прямоугольника.

4 б. 2. Даны высказывания: если ABCD - параллелограмм, у которого диагонали равны, то ABCD – ромб; если ABCD - параллелограмм, у которого

диагонали равны и перпендикулярны, то ABCD – квадрат; если ABCD – параллелограмм, у которого диагонали являются биссектрисами углов, то ABCD – ромб.

Выпишите номера верных высказываний.

6 б. 3. ABCD - квадрат. Найдите углы треугольника ACD.

8 б. 4. В прямоугольнике один из углов, образованных диагоналями, равен 120° , а меньшая сторона прямоугольника равна 7 см. Найдите диагонали прямоугольника.

10 б. 5. В ромбе ABCD диагонали пересекаются в точке O. На диагонали AC отложены отрезки OM и ON, равные BO. Определите вид четырехугольника BMDN.
Нумерация 9-11 классов дана с учетом 11-летней школы, 5-8 классы - 12-летней

Тема. «Преобразование тригонометрических выражений»
(9 класс)

2 б. 1. Выпишите верные равенства:

- а) $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$,
- б) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 0$,
- в) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$,
- г) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = -1$,
- д) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$.

4 б. 2. Приведите выражение к тригонометрическим функциям угла α :

- а) $\cos (180^\circ - \alpha)$,
- б) $\operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)$.

6 б. 3. Найдите значение тригонометрической функции угла α , если известно, что $\cos \alpha = \frac{12}{13}$; $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

8 б. 4. Упростите выражение:

а) $\frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$,

б) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \sin(\pi - \alpha) + \cos(\pi + \alpha)$,

в) $\frac{\cos^2 \alpha + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}{\operatorname{tg} \alpha}$.

10 б. 5. Докажите тождество:

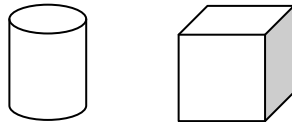
а) $\frac{\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 2\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$,

б) $\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = 0$.

Тема «Параллельность прямых и плоскостей»

(10 класс)

2 б. 1. Какая из фигур является параллелепипедом?



4 б. 2. Дайте определение параллельности прямых в пространстве. Сделайте соответствующий чертеж.

6 б. 3. Дан тетраэдр $SABC$. Точки O , K и P – середины ребер SA , SB , SC соответственно. Докажите, что плоскость ABC параллельна плоскости OKP .

8 б. 4. Точка O не лежит в параллельных плоскостях α и β , и не лежит между ними. Через точку O проведены две прямые, пересекающие эти плоскости соответственно

в точках A_1 и A_2 , B_1 и B_2 . Найдите отрезки OA_2 и OB_2 , если $OA_1=8\text{см}$, $B_1B_2=18\text{см}$, $A_1A_2=OB_1$.

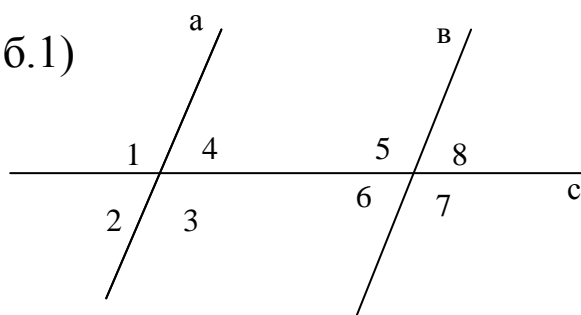
10 б. 5. $SABC$ – тетраэдр. Точки K и E – середины ребер AC и SC соответственно, точка O лежит на продолжении ребра BC . Постройте сечение тетраэдра плоскостью OKE .

Приложение 2.2

Задания свернутого типа

Тема: «Параллельные прямые» (8 класс)

1–4 б.1)



Укажите пары накрест лежащих, односторонних и соответственных углов, изображенных на рисунке, и свойства их градусных мер.

5–8 б. 2) На прямой последовательно отложены отрезки AB , BC , CD . Точки E и P лежат по разные стороны от этой прямой, $\angle ABE = \angle PCD = 143^\circ$, $\angle PBD = 49^\circ$, $\angle ACE = 48^\circ$.

а) Докажите, что $BE \parallel PC$.

б) Докажите, что прямые PB и CE пересекаются.

9–10 б. 3) Даны два взаимно перпендикулярных диаметра окружности, из которых один делит хорду пополам. Докажите, что хорда и другой диаметр параллельны.

Тема: «Квадратные уравнения» (8 класс)

1–4 б. 1) Из предложенных уравнений выбрать те, которые являются квадратными, и записать формулы, по которым они будут решаться:

а) $7 - x^2 - y = 0$,

б) $x + 2y = 0$,

в) $x^2 - 10x + 9 = 0$,

г) $x^3 + x^2 = 0$.

5–8 б. 2) Один из корней уравнения $x^2 + 11x + c = 0$ равен -9 . Найдите второй корень и свободный член c .

9–10 б. 3) Найдите наименьшее значение выражения $x^2 - 10x + 4$.

Тема: «Длина окружности и ее частей» (9 класс)

1–4 б. 1) Выберите верную формулу длины окружности.

(d – диаметр окружности, R – радиус окружности)

а) $C = 2\pi d$,

б) $C = 2\pi R$,

в) $C = \pi R$,

г) $C = \pi R^2$.

По ней найдите длину окружности, радиус которой 3 см.

5–8 б. 2) Концы хорды делят дугу окружности в отношении $1:3$. Найдите длину хорды, если большая из двух образовавшихся дуг имеет длину 6π см.

9–10 б. 3) В треугольнике ABC $AB = 6$ см, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$. Найдите длину дуги окружности с центром в вершине B , касающейся стороны AC и содержащейся внутри треугольника.

Тема: «Тригонометрические уравнения» (10 класс)

1–4 б. 1) Решите уравнения:

а) $2\sin x = \sqrt{3}$,

б) $\cos(x + \frac{\pi}{3}) = -1$,

в) $\operatorname{tg} 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$,

г) $2\sin(\frac{\pi}{6} - x) + 1 = 0$.

5–8 б. 2) Решите уравнения:

а) $1 - 2\cos^2 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

б) $\sin \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{4} = -\frac{1}{4}$,

в) $(\cos x - 1)(\operatorname{ctg}(2x + \frac{\pi}{4}) - 1) = 0$,

г) $\cos x + 3\sin \frac{x}{2} = -1$.

9–10 б. 3) Решите уравнения:

а) $4\cos^2 x + 4\sin x - 1 = 0$,

б) $\sin 2x + \sqrt{3}\cos x = 0$,

в) $\cos 7x + \cos x = 0$,

г) $3\sin^2 x + 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$.

Приложение 2.3

«Сборное» задание

Тема: «Задачи на построение» (8 класс)

Постройте равнобедренный треугольник по боковой стороне и высоте, опущенной на основание.

План решения:

1. Дано. }
2. Построить. } 1–2 б.

3. Анализ.
4. Построение:
 - а) выполнение рисунка,
 - б) описание построения,
5. Доказательство. — — — 7–8 б.
6. Исследование. — — — 9–10 б.

Тема: «Перпендикуляр и наклонная» (10 класс)

Сформулируйте и докажите теорему о трёх перпендикулярах. Проанализируйте возможность её применения в повседневной жизни.

Тема: «Применение производной к построению графика функции» (10 класс)

Исследуйте и постройте график функции $y = 2\sin\frac{x}{2} + 1$

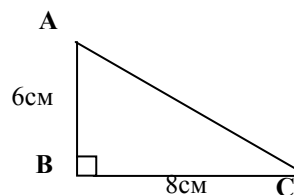
Приложение 2.4

Уровневые задания

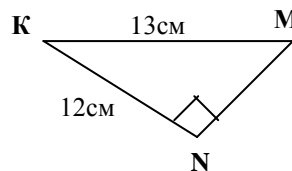
Тема: «Теорема Пифагора» (8 класс)

III уровень (6 баллов).

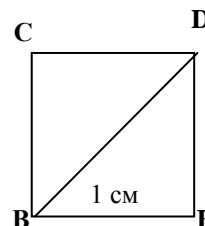
1) Найти AC.



2) Найти: MN.

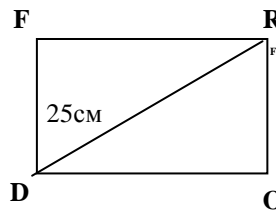


3) BCDF – квадрат.
Найти: BD.

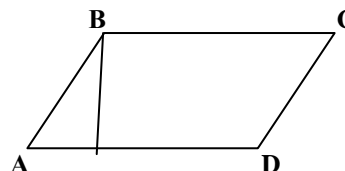


IV уровень (8 баллов).

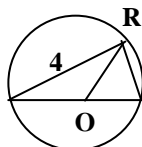
- 1) DFRO – прямоугольник,
 $RO : DO = 3:4$.
Найти: FR, FD.



- 2) ABCD – параллелограмм,
BN – высота,
 $AN = 4$ см, $\angle ABN = 45^\circ$.
Найти: CD.

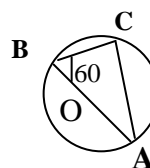


- 3) Найти: RO.

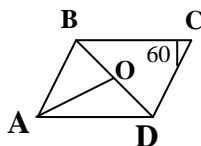


V уровень (10 баллов).

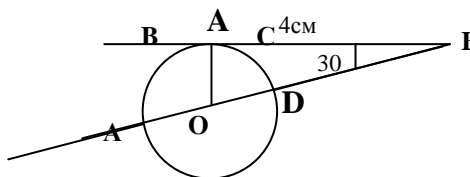
- 1) Найти AB, BC, AC.



- 2) ABCD – ромб.
Найти: BD, AO.



- 3) Найти: AO, BD.



Тема: «Сложение и вычитание десятичных дробей»
(5 класс)

- 6 б. 1) Выполните действия:
а) $36,54 - 19,27$
б) $5,497 + 3,52$
в) $31,5 - 2,387$

г) $13 + 10,567$

8 б. 2) Найдите значение выражения, используя законы сложения и правила вычитания:

а) $15,86 + 44,17 + 14,14$

б) $(0,923 + 12,75) - 0,75$

в) $(18,29 - 14,43) + 1,71$

г) $97,547 - (7,04 - 7,04)$

10 б. 3) Ответьте на вопрос:

а) Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на 3,2, а вычитаемое уменьшить на 0,2?

б) Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на 1,5, а вычитаемое увеличить на 2,4?

в) Как изменится сумма двух чисел, если первое слагаемое увеличить на 15,73, а второе уменьшить на 25,38?

г) Как изменится разность, если уменьшаемое уменьшить на 2,385, а вычитаемое уменьшить на 3,875?

Тема: «Решение уравнений высших степеней» (9 класс)

6 б. 1) Решите уравнения:

а) $x^3 - x^2 = 0$,

б) $x^3 + 3x = 4x^2$,

в) $x^3 - 8x^2 = 8 - x$.

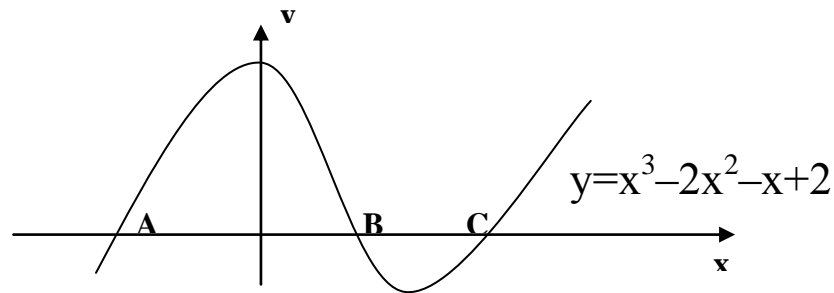
8 б. 2) Найдите нули функции:

а) $y = 2x^3 - 8x^2$,

б) $y = x^3 - 4x^2 + 3x$,

в) $y = x^3 + 6x^2 - x - 6$.

10 б. 3) На рисунке построен график функции $y=x^3-2x^2-x+2$. Найдите координаты точек А, В, С и D. (график)



Тема: «Одночлены» (7 класс)

1) Преобразуйте выражение в одночлен стандартного вида:

а) $4x \cdot 2xy$

б) $-2a^2y^2 \cdot (-5a^3y^5)$

в) $x^2y^2 \cdot (-3x^3y)^3$

г) $(-2xy^3)^3 (5y^2x^5)^2$

2) Преобразуйте выражение в одночлен стандартного вида:

а) $(-3x^2yz^2 \cdot (-2x^3z^5)^3)^2 : (6yz^9)^2$

б) $(4x^3y^2)^3 \cdot (3y^2z^3)^4 : (6z^2x^4y^3)^2$

в) $((3x^5yz^3)^5 : (9x^8y^3z^2)^2) \cdot 27 (xyz^5)^3$

3) 1. Решите уравнение:

$$(-8x^3)^2 : (4x^2)^3 - (9x^5)^4 : (81x^6)^3 = 0$$

2. Пусть, а – некоторое число. Чему оно должно быть равно для того, чтобы следующее выражение было тождественно равным некоторому одночлену нулевой степени:

$$12ax^7y^5z^2(3(yz^3)^2 - 2x^2z^4) - 4(xyz)^5(9a(xyz)^2 \cdot z - 6x^4z)$$

«Итоговое повторение учебного материала»

Тема: «Конус» (11 класс)

Дать полную, развернутую программу изучения темы «Конус».

Тема: «Векторы» (9 класс)

Дать полную программу изучения темы «Векторы».

Кроме этого разноуровневый подход в обучении предполагает и наличие единого задания для всех учащихся, но с предоставлением различной степени помощи учащемуся со стороны учителя. Либо это временное облегчение задания (разбивка задания на самостоятельные части – порции), либо задания с письменной инструкцией (например, с указанием последовательности действий), либо работа с подготовительными заданиями (каждое подготовительное задание представляет собой этап выполнения основного), либо работа с наглядным подкреплением (рисунком, чертежом). Выполняя задание с дозированной помощью, ученик получает инструктивные материалы, к которым он может обратиться в процессе выполнения задания.

Тема: «Решение уравнений высших степеней» (9 класс)

Карточка 1.

1. Решить уравнения:

а) $x^3 - 2x^2 = 0$,

б) $x^3 - 7x^2 - 4x + 28 = 0$.

Карточка–консультация:

1. Найди общий множитель в левой части уравнения либо сгруппируй слагаемые с общим множителем.
2. Вынеси общий множитель за скобки (если нужно дважды).
3. В полученном разложении каждый множитель приравняй к нулю.
4. Найди корни уравнения и сравни с ответом:
а) 0 и 2; б) 7; 2 и –2.

Карточка 2.

1. Решить уравнения:

а) $x^3 - 2x^2 = 0$,

б) $x^3 - 7x^2 - 4x + 28 = 0$.

Для самоконтроля:

Выполнив разложение на множители, получаем:

б) $(x - 7)(x - 2)(x + 2) = 0$

Ответы: а) 0; 2; б) 7; 2; –2.

Карточка 3.

1. Решить уравнения:

а) $x^3 - 2x^2 = 0$,

б) $x^3 - 7x^2 - 4x + 28 = 0$.

Ответы: а) 0; 2; б) 7; 2; –2.

Карточка 4.

1. Решить уравнения:

а) $x^3 - 2x^2 = 0$,

б) $x^3 - 7x^2 - 4x + 28 = 0$.

Тема: «Умножение степеней» (7 класс)

Сформулировать правило умножения степеней с одинаковыми основаниями.

Образец:

Записать произведение в виде степени:

$$1) (1,7)^2 \cdot 1,7(1,7)^{-5} = (1,7)^{2+1+5} = (1,7)^8$$

$$2) 6^5 \cdot 36 = 6^5 \cdot 6^2 = 6^{5+2} = 6^7$$

Задание:

Представить произведение в виде степени:

$$1) \left(\frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4$$

$$2) m^4 \cdot m \cdot m^{19}$$

$$3) 3^{12} \cdot 27$$

Дополнительно: 1) $0,001 \cdot 0,1^4$; 2) $1,25 \cdot 25$; 3) $1\frac{1}{2} \cdot 5\frac{1}{3}$.

Каждый ученик получает право и возможность самостоятельно определять, на каком уровне он усвоит учебный материал. Единственное условие – этот уровень должен быть не ниже уровня обязательной подготовки.

Ключевые слова к формулировке вопросов и заданий разного уровня сложности

1–2 балла	Отбери; выбери; назови; подчеркни; найти в таблице; найди среди...
3–4 балла	Дай определение; воспроизведи; перечисли; назови; перескажи; закончи фразу; запиши по образцу.
5–6 баллов	Отчего? Почему? Зачем? В чем отличие? Как? По какой причине? Перечисли... Опиши...
7–8 баллов	Выполни; сравни; объясни; сделай вывод; дополни; обоснуй правило; дай характеристику; приведи примеры; установи причины сходства (различия).
9–10 баллов	Предложи; сопоставь; приведи свое доказательство; смоделируй; опиши возможные случаи; объясни причину; систематизируй; реши различными

	способами; найди логическую ошибку; составь тест по теме...
--	---

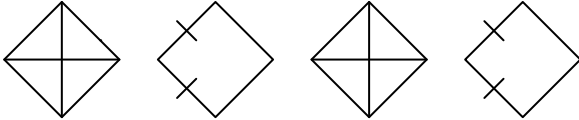
Общий характер вопросов для оценки результатов учебной деятельности по математике

Типы заданий	Образцы заданий
1–2 балла.	
Найдите (прочитайте, выделите) в тексте учебника.	Прочитайте пункт параграфа (стр...), найдите в тексте определение... найдите на стр... учебника таблицу; выберите среди предложенных формул... и выпишите их.
Выберите...	Выберите правильные утверждения: а) число 1 – наименьшее натуральное число; б) если внутри развернутого угла из вершины угла провести луч, то образуется два прямых угла; в) степень уравнения с двумя переменными называется степень первого члена уравнения; Выберите уравнение окружности общего вида: 1) $x^2 + y^2 = R^2$ 2) $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 5$ 3) $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
Завершите (продолжите) ...	– Функция называется возрастающей в некотором промежутке, если для любых двух значений аргумента из этого промежутка большему значению аргумента соответствует... Плоскость, на которой выбрана система координат, называется...
3–4 балла.	
Найдите в тексте параграфа ответ на вопросы, воспроизведите...	Найдите в тексте учебника на стр... ответ на предложенный вопрос.
Сформулируйте...	Сформулируйте теорему Пифагора. Сформулируйте теорему о трёх перпендикулярах.

Перечислите ...	Перечислите свойства квадрата. Перечислите свойства квадратичной функции. Перечислите области применения свойств прямоугольного параллелепипеда в жизни.
Вычислите...	Вычислите площадь прямоугольника. Вычислите гипотенузу прямоугольного треугольника по катетам.
5–6 баллов.	
Ответьте на вопрос параграфа.	Прочитайте текст параграфа и ответьте на вопросы в конце параграфа (вопросы учителя, вопросы, предложенные на доске).
Прочитайте параграф и охарактеризуйте...	Используя примеры из учебника, назовите и охарактеризуйте способы решения систем уравнений. Используя примеры из учебника, назовите и охарактеризуйте способы разложения многочлена на множители.
Установите...	Установите порядок действий для вывода формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии: а) записать сумму S_n членов арифметической прогрессии от первого до n -ого, расположив слагаемые в порядке убывания их номеров под аналогичным равенством; б) выразить сумму S_n из последнего равенства; в) обратить внимание на то, чему равна сумма каждой пары членов прогрессии, расположенных друг под другом, и сколько таких пар; г) сложить почленно два равенства; д) записать сумму S_n членов арифметической прогрессии от первого до n -ого, расположив слагаемые в порядке возрастания их номеров.
Составьте...	Составьте план доказательства теоремы о сумме углов треугольника. Составьте таблицу «Виды треугольников».
Установите, пользуясь материалом параграфа...	Установите зависимость тригонометрических функций синус, косинус, тангенс, котангенс от угла α .
Почему?	Почему углы равностороннего треугольника равны по 60° ? Почему прямая m перпендикулярна плоскости α ? Почему прямая a лежит в плоскости α ?
В чем	В чем различие и сходство прямой и правильной

различие? В чем сходство?	призмы? В чем различие графиков функции $y = x^2$ и $y = (x-2)^2$
7–8 баллов.	
Выполните, пользуясь инструкцией, практическую работу и сделайте вывод.	Самостоятельно нарисуйте три произвольных треугольника. С помощью транспортира измерьте градусные меры углов и сравните их.
Проанализи- руйте...	Проанализируйте содержание материала, изложенного в параграфе. Сделайте вывод, какие общие свойства характерны для призмы? Выделите специфические свойства правильной призмы.
Составьте опорный конспект по изучаемому параграфу, вопросу.	Составьте опорный конспект по изучаемому параграфу, вопросу.
Составьте...	Составьте таблицу производных и первообразных для функций. Составьте таблицу «Виды функций и их графики».
Обобщите, сделайте выводы...	На основе изученного материала формулируйте свойства функции $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4})$
Установите...	Установите связи между свойствами геометрических фигур и применением в практической жизни.
Объясните...	Объясните, куда будет проектироваться вершина правильной пятиугольной пирамиды.
Подготовьте ...	Подготовьте сообщение по данному вопросу.
Выполните...	Выполните практическую работу по нахождению объемов тел (через интеграл и по формулам), проанализируйте результаты опытов, оформите выводы.
9–10 баллов.	
Составьте... Установите...	Составьте опорно-логическую схему по материалу темы «Четырёхугольники». Установите причинно–следственные связи между

* **Реализация дифференциации на уроках математики:** методические рекомендации / сост. В.И.Лукашик, Г.Р.Сакович. - Гродно: Издательство УО «Гродненский ГОИПК и ПРР и СО», 2006. 46с.

	свойствами этих фигур.
Составьте...	Составьте контрольные задания и вопросы для зачета по теме «Тригонометрические уравнения и неравенства».
Решите...	Составьте условия задачи с конкретными данными по определенной теме и решите её.
Охарактеризуйте...	Охарактеризуйте поведение графика функции $y = ax^2 + vx + c$ в зависимости от коэффициентов a, v, c .
Осуществите прогноз...	Какими свойствами будет обладать фигура, полученная при следующих условиях...? Может ли сторона ромба равняться его диагонали? Половине диагонали?
Обобщите или конкретизируйте...	Обобщите все изученные свойства четырехугольников и выберите из рисунков параллелограммы, являющиеся: а) прямоугольником, но не квадратом; б) ромбом, но не квадратом; в) квадратом  <p>–Тезисно составьте программу изучения темы «Четырёхугольники».</p>
Исследуйте...	Исследуйте свойства функции $y = x^2 - 9x $ Сделайте вывод, установите закономерности и сформулируйте, как график данной функции получен из графика функции $y = x^2 - 9x$.